**02.11.2022 Лабораторная работа № 4**

**Решение нелинейных уравнений и их систем**

Постановка задачи: найти все корни уравнения

1 этап: отделение (локализация) корней

Аналитически / таблично / графически определить подотрезки, где находятся корни, так, чтобы на один подотрезок приходился один корень.

2 этап: уточнение корня на выбранном подотрезке.

ЧМ решения нелинейных уравнений – итерационные, т.е. некая последовательность действий повторяется, до тех пор, пока не достигнута требуемая точность решения. В результате всегда получается приближенное решение (последовательность приближений, где последнее приближение берется за решение)

Метод бисекции (метод дихотомии, метод половинного деления)

Задается точность решения

[a, b] делим пополам и выбираем ту половину, где функция меняет знак

Считаем длину получившегося отрезка, если она меньше , то процесс останавливается, иначе повторяется деление отрезка.

Приближенное решение – середина последнего отрезка.

Метод простых итераций

Исходное уравнение заменяется на эквивалентное

Задается начальное приближение и допустимая погрешность

Дальнейшие приближения вычисляются по итерационному процессу

до тех пор, пока

МПИ сходится при любом начальном приближении, если

Выбор функции

– знакопостоянная на [a, b] функция (чаще – константа). Другой вариант – попробовать выразить из исходного уравнения.

Метод Ньютона (метод касательных)

Исходное уравнение заменяется на эквивалентное (выводится из уравнения касательной)

Задается начальное приближение и допустимая погрешность

Дальнейшие приближения вычисляются по итерационному процессу

до тех пор, пока

Метод Ньютона сходится при любом начальном приближении, если

Метод секущих

Задаются два начальных приближения и допустимая погрешность

Дальнейшие приближения вычисляются по итерационному процессу

до тех пор, пока

Метод хорд

Задаются два начальных приближения и допустимая погрешность

Дальнейшие приближения вычисляются по итерационному процессу

до тех пор, пока

Для систем нелинейных уравнений используются метод простых итераций и метод Ньютона (иногда его модификация – метод Ньютона–Бройдена: производные заменяются разделенными разностями)

МПИ для систем

*Заменяем эту систему на эквивалентную*

Задается начальный вектор приближения и допустимая погрешность

*Итерационный процесс*

*Условие остановки:*

*Условие сходимости:*

Нормы вектора и матрицы:

Метод Ньютона

Задается начальный вектор приближения и допустимая погрешность

Если обобщать скалярный случай, получим

- т.е. придется считать обратную матрицу для матрицы Якоби (затратно и чревато накоплением ошибок).

Другой подход: введем вектор добавков

Если – решение, то

разложим функцию в ряд Тейлора в точке и оставим только первые 2 слагаемых:

Получаем СЛАУ на

После ее решения вычисляем новое приближение:

Расчеты производятся, пока

Если в производные считать через конечные разности, получим метод Ньютона–Бройдена.